

# Formelsammlung Baugruppen

## 1 RCL-Schaltungen

### 1.1 Kondensator

Das Ersatzschaltbild eines Kondensators  $C$  besteht aus einem Widerstand  $R_p$  parallel zu  $C$ , einem Serienwiderstand  $R_s$  und einer Induktivität  $L_s$  in Reihe zu  $R_p$  und  $C$ .

#### Allgemeines

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \quad (1)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (2)$$

Verlustwinkel  $\delta$  des Kondensators (Serieninduktivität  $L_s = 0$ )

$$\tan \delta = \frac{P_w}{P_b} \quad (3)$$

$$\tan \delta = \frac{1}{\omega \cdot R_p \cdot C} + \omega \cdot R_s \cdot C \quad (4)$$

Für  $f \approx 1$  kHz gilt:

$$\tan \delta \approx \frac{1}{\omega \cdot R_p \cdot C} \quad (5)$$

Für  $f \gg 1$  kHz gilt:

$$\tan \delta \approx \omega \cdot R_s \cdot C \quad (6)$$

$$\begin{aligned} P_w & \text{ Wirkleistung} \\ P_b & \text{ Blindleistung} \end{aligned}$$

### 1.2 Induktivität

Die Spule wird durch ein Ersatzschaltbild beschrieben, das aus einer idealen Induktivität  $L$  und einem Verlustwiderstand  $R_v$  zu ihr in Reihe beschrieben wird.  $R_v$  setzt sich folgendermaßen zusammen: Kupferverluste ( $\sim \omega$ ), Wirbelstromverluste ( $\sim \omega^2$ ), Hystereseverluste ( $\sim \omega$ ).

#### Allgemeines

$$A_L = \mu \cdot \frac{A_m}{l_m} \quad (7)$$

$$A_R = \frac{\omega A_L}{Q} \quad (8)$$

$$R_{cu} = N^2 \cdot A_R \quad (9)$$

$$L = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{A_m}{l_m} = N^2 \cdot A_L \quad (10)$$

$$X_L = \omega L \quad (11)$$

Verlustwinkel  $\delta$  der Induktivität

$$\tan\delta = \frac{P_w}{P_b} = \frac{R_v}{\omega \cdot L} \quad (12)$$

Spulengüte  $Q$

$$Q = \frac{1}{\tan\delta} \quad (13)$$

$$Q_{max} = \omega \cdot \frac{A_L}{A_R} \quad (14)$$

Resonanzfrequenz

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} \quad (15)$$

## 2 Allgemeines zu Leitern

$$n_A = \frac{N_L \cdot \gamma}{A_r} \quad (16)$$

$$\rho = n_A \cdot e \quad (17)$$

$$S = \rho_Q \cdot \mu \cdot E \quad (18)$$

$$\sigma = \frac{S}{E} = \rho_Q \cdot \mu \quad (19)$$

$$\varrho = \frac{1}{\sigma} \quad (20)$$

$n_A$	Atomdichte
$S$	Stromdichte
$\rho$	Ladungsträgerdichte
$e$	Elementarladung $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{As}$
$N_L$	Avogadro-Konstante $N_L = 6 \cdot 10^{23} \frac{\text{Atome}}{\text{mol}}$
$\gamma$	Spezifische Dichte $[\gamma] = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
$A_r$	Relative Atommasse $[A_r] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$
$\sigma$	Spezifischer Leitwert
$\varrho$	Spezifischer Widerstand

## 3 Halbleiter

### 3.1 Allgemeines

Herstellung von pn-Übergängen

1. Legierungsverfahren
2. Diffusionsverfahren
3. Epitaxialverfahren
4. Ionen-Implantationsverfahren

## Grundsätzliche Zusammenhänge

$$n_i = N_0 \cdot e^{-\frac{W_B}{2kT}} \quad (21)$$

$$n \cdot p = n_i^2 \quad (22)$$

$\mu_{p,n}$	Löcher- bzw. Elektronen-beweglichkeit
$n_i$	Eigenleitungsdichte
$n$	Elektronendichte
$p$	Löcherdichte
$N_0$	Zustandsdichte, stoff- und schwach temperaturabhängig
$W_B$	Energiebetrag zum Aufbrechen einer Valenzbrücke = <sub>i</sub> Bandabstand
$k$	Boltzmann-Konstante = $1.38 \cdot 10^{-23}$ Ws/k
$T$	absolute Temperatur
$kT$	mittlere thermische Energie eines Elektrons

Der Bandabstand  $W_B$  bei Zimmertemperatur beträgt ca.  $k \cdot T_0 = 0.026\text{eV}$

### 3.2 Leitfähigkeit reiner Halbleiter

$$\sigma = e \cdot n_i \cdot (\mu_n + \mu_p) \quad (23)$$

$$(24)$$

$\mu_{p,n}$	Löcher- bzw. Elektronen-beweglichkeit
$n_i$	Eigenleitungsdichte

### 3.3 Leitfähigkeit dotierter Halbleiter

#### N-Dotiert

Aus der N-Dotierung resultiert, daß  $n_n \gg p_n$ ,  $n_n \gg n_i$  und  $n_n = N_D$ .

$$n_n \cdot p_n = n_i^2 \quad (25)$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} \quad (26)$$

$$\sigma_n = e \cdot N_D \cdot \mu_n + e \cdot \frac{n_i^2}{N_D} \cdot \mu_p \quad (27)$$

#### P-Dotiert

Aus der P-Dotierung resultiert, daß  $p_p \gg n_p$ ,  $p_p \gg n_i$  und  $p_p = N_A$ .

$$p_p \cdot n_p = n_i^2 \quad (28)$$

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \quad (29)$$

$$\sigma_n = e \cdot N_A \cdot \mu_p + e \cdot \frac{n_i^2}{N_A} \cdot \mu_n \quad (30)$$

$\mu_{p,n}$	Löcher- bzw. Elektronen-beweglichkeit
$n_i$	Eigenleitungsdichte
$n_n$	Elektronendichte
$p_p$	Löcherdichte
$\sigma$	Spezifischer Leitwert
$N_D$	Donatordichte (Anzahl der Fremdatome pro Volumen)
$N_A$	Akzeptordichte (Anzahl der Fremdatome pro Volumen)

### 3.4 P-N Übergang

#### Raumladungsdichten

p-Seite:  $e \cdot N_A$

n-Seite:  $e \cdot N_D$

#### Diffusionsspannung

$$U_D = U_T \cdot \ln \left( \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2} \right) \quad (31)$$

#### Flußspannung

$$U_F = m \cdot U_T \cdot \ln \left( \frac{I_F}{I_S} \right) \quad (32)$$

#### Diffusionsströme

$$I_{\text{diff,p}} = A \cdot k \cdot T \cdot \mu_p \cdot \frac{\frac{n_i^2}{N_D} \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right)}{L_p} \quad (33)$$

$$I_{\text{diff,n}} = A \cdot k \cdot T \cdot \mu_n \cdot \frac{\frac{n_i^2}{N_A} \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right)}{L_n} \quad (34)$$

$U$	externe Spannung über dem p-n-Übergang
$U_T$	Temperaturspannung (25.9mV bei 300K) $U_T = \frac{k \cdot T}{e}$
$A$	Querschnitt
$k$	Boltzmannkonstante
$\mu_{p,n}$	Elektronen- bzw. Löcherbeweglichkeit
$L_{n,p}$	Diffusionslänge der Elektronen bzw. Löcher
$N_{A,D}$	Akzeptor- bzw. Donatordichte der p- bzw n-Seite

#### Majoritäts- und Minoritätsladungsträgerstrom

$$I_{\text{maj}} = A \cdot e \cdot N_{\{A,D\}} \cdot E \cdot \mu_{\{p,n\}} \quad (35)$$

$$I_{\text{min}} = A \cdot e \cdot \frac{n_i^2}{N_{\{A,D\}}} \cdot E \cdot \mu_{\{n,p\}} \quad (36)$$

#### Diodenstrom (Shockleygleichung)

$$I_D = I_S \cdot \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \quad (37)$$

$$I_F = I_S \cdot \left( e^{\frac{U}{m \cdot U_T}} - 1 \right) \quad (38)$$

$U$	externe Spannung über dem p-n-Übergang
$I_S$	Sättigungsstrom
$U_T$	Temperaturspannung (25.9mV bei 300K) $U_T = \frac{k \cdot T}{e}$
$m$	siehe Text

Der Faktor  $m$  berücksichtigt, ob Ladungsträger nur außerhalb der Sperrschicht ( $m = 1$ ) oder, bei sehr kleinen und sehr großen Flußströmen, auch innerhalb der Sperrschicht ( $m = 2$ ) rekombinieren.

### Differentieller Widerstand

$$r_D = \frac{U_T}{I_D} \quad (39)$$

Bei der idealen Diode würde der diffentielle Widerstand bei steigendem Diodenstrom immer weiter abnehmen. Bei realen Dioden strebt er einem Grenzwert, dem Bahnwiderstand, zu.

### Diffusionskapazität

$$C_D = \frac{T_p + T_N}{2 \cdot U_T} \quad (40)$$

$T_{p,N}$  Lebensdauer der Minoritätsladungsträger auf der p- bzw. n-Seite, bis sie rekombinieren. Typ.: 0.1ns ... 1ms

## 3.5 Verhalten des P-N Übergangs im Sperrbereich

### Sperrschichtweite

$$W_S = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon}{e} \cdot U_R \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} \quad (41)$$

$W_S$  Sperrschichtweite  
 $U_R$  Sperrspannung  
 $\epsilon$   $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$   
 $\epsilon_0$  Dielektrizitätskonstante: 8.85 pf/m  
 $\epsilon_r$  Si:12; Ge:16

### Sperrschichtkapazität

$$C_S = \frac{\epsilon \cdot A}{W_S} \Rightarrow \quad (42)$$

$$C_S = \frac{\epsilon \cdot A}{\sqrt{2 \cdot U_R \cdot \frac{\epsilon}{e} \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}} \quad (43)$$

$C_S$  Sperrschichtkapazität  
 $U_R$  Sperrspannung  
 $A$  Querschnitt

## 4 Zweiweg Gleichrichter

Verlustleistung der Dioden (idealisiert mit Knickkennlinie)

$$P_{vges} = 2 \cdot U_{F0} \cdot \overline{I_F} + 2 \cdot r_F \cdot I_{F\text{eff}}^2 \quad (44)$$

$P_{vges}$	Gesamte Verlustleistung der Dioden
$U_{F0}$	Durchbruchspannung der idealisierten Diode
$r_F$	Bahnwiderstand der Diode
$\overline{I_F}$	Mittelwert des Diodenstroms
$I_{F\text{eff}}$	Effektivwert des Diodenstroms
2	Anzahl der Dioden im Strompfad (hier Grätzschaltung)

Welligkeit

$$W \approx \frac{\pi}{2\sqrt{3} \cdot R_L \cdot C \cdot 2\pi f} \quad (45)$$

## 5 Transistor

### 5.1 Bipolortransistor

Wenn nicht anders vermerkt, beziehen sich alle Angaben auf den NPN - Bipolortransistor.

Kleinsignalersatzgrößen (Bild: Skript 4-8)

$$r_{BE} = B \frac{U_T}{I_{C0}} \quad (46)$$

$$S = \frac{I_{C0}}{U_T} \quad (47)$$

$$r_{CE} = \frac{U_A}{I_{C0}} \quad (48)$$

Arbeitspunktberechnung (Bild: Skript 4-25 untenrechts)

$$I_C = B \cdot \frac{U_B \cdot R_2 - U_{BE}(R_1 + R_2)}{R_E \cdot (B + 1)(R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2} \quad (49)$$

Kenngrößen der Emitterschaltung

Spannungsverstärkung ohne Emitterkondensator:

$$V_u \approx \frac{R_C}{R_E} \quad (50)$$

Spannungsverstärkung mit Emitterkondensator (Emitter wechsellspannungsmäßig an Masse):

$$V_u \approx -S(r_{CE} || R_C) \quad (51)$$

Eingangswiderstand:

$$Z_e = R_1 || R_2 || r_{BE} \quad (52)$$

$$(53)$$

Ausgangswiderstand:

$$Z_a = r_{CE} || R_C \quad (54)$$

$$(55)$$

### Temperaturabhängigkeit des Arbeitspunktes

$$\Delta U_{BE} \approx -2\text{mV/K} \cdot \Delta T \quad (56)$$

## 5.2 Feldeffekttransistor (FET)

Der FET verhält sich bis zu einer gewissen Drain-Source-Spannung fast wie ein ohmscher Widerstand, dessen Wert sich mit der Gate-Source-Spannung einstellen läßt. D. h. mit steigender DS Spannung steigt auch der Strom ( $I_D$ ) durch den Transistor. Ab einer gewissen DS Grenzschnürspannung (Abschnürgrenze  $U_{GS} = U_{DS}$ ) bleibt der Strom konstant. Oberhalb der Abschnürgrenze läßt sich der Strom des Transistors mit der GS Spannung einstellen.

$U_{GT}$  ist die Gate-Schwellen-Spannung.

### Verlauf der Abschnürgrenze

$$I_{Dp} = K/2 \cdot U_{DS}^2 \quad (57)$$

### Ohmscher Bereich

$$I_D = K \cdot ((U_{GS} - U_{GT}) \cdot U_{DS} - 1/2 \cdot U_{DS}^2) \quad (58)$$

**Oberhalb der Abschnürgrenze** ( $U_{DS} \geq U_{GS} - U_{GT}$ ,  $U_{GS} \geq U_{GT}$ )

$$I_D = K/2 \cdot (U_{GS} - U_{GT})^2 \quad (59)$$

### Steilheit der Übertragungskennlinie ( $I_D = f(U_{GS})$ )

Gilt nur für den Abschnürbereich, also: ( $U_{DS} \geq U_{GS} - U_{GT}$ ,  $U_{GS} \geq U_{GT}$ )

$$S = K \cdot (U_{GS} - U_{GT}) \quad (60)$$